МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦИОНАЛЬНА МЕТАЛЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ТА ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ
до теми «Криві другого порядку»
з дисципліни «Математика для економістів»
для студентів економічних спеціальностей

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні Вченої ради
академії
Протокол № 1 від 01.02.08

Дніпропетровськ НМетАУ 2008

УДК 517.3
Методичні вказівки та індивідуальні завдання до теми « Криві другого порядку» з дисципліни «Математика для економістів» для студентів економічних спеціальностей / Укл.: В. С. Коноваленков, Т. М. Заборова. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2008. – 16 с.

Містить свідомості про криві другого порядку: визначення та канонічні рівняння кола, еліпса, гіперболи та параболи у простішому випадку, приведення загальних рівнянь кривих другого порядку до канонічного вигляду. Дано визначення асимптот гіперболи, їх рівняння, а також поняття ексцентриситету кривої другого порядку. Крім того, наведені 25 варіантів завдань для індивідуальної роботи. Методичні вказівки за темою «Криві другого порядку» можуть бути корисними усім студентам, яки вивчають вищу математику.

Укладачі: В. С. Коноваленков, канд. техн. наук, доц.
Т. М. Заборова, ст. викладач

Відповідальний за випуск Г. Г. Швачич, канд. техн. наук, проф.

Рецензент К. Ф. Ковальчук, д-р екон. наук, проф. (НМетАУ)

Підписано до друку 17.07.08. Формат 60x84 1/16. Папір друк. Друк плоский.
Облік.-вид. арк. 0, 88 Умов. друк. арк. 0, 86 Тираж 100 пр. Замовлення №

Національна металургійна академія України
49600, м. Дніпропетровськ-5, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничий відділ НМетАУ

ЗМІСТ

1. ЗАГАЛЬНІ РІВНЯННЯ КРИВИХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ.

Кривими другого порядку називаються лінії , які у прямокутній системі координат описуються алгебраїчними рівняннями другого ступеня відносно змінних x, y:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \qquad (1)$$

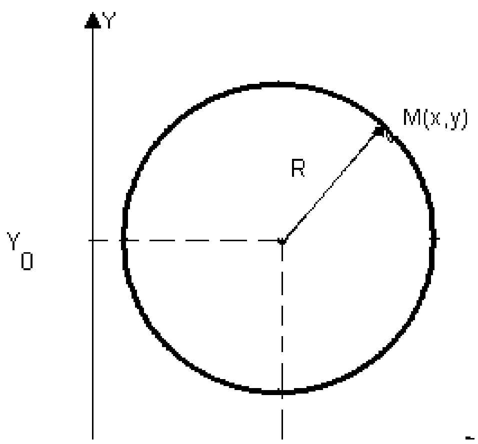
де хоч би один з коефіцієнтів A, B, C є відмінний від нуля.

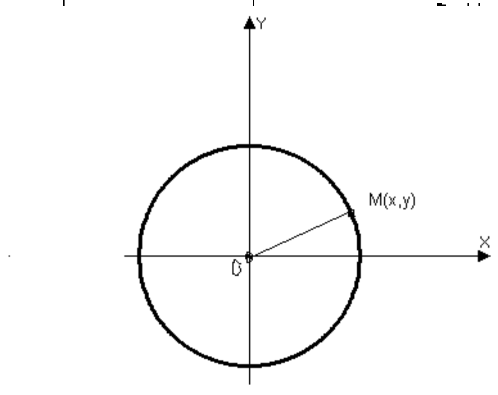
У залежності від того, яки значення приймають коефіцієнти рівняння (1), розрізняють слідуючи основні криві другого порядку: ***коло, еліпс, гіперболу та параболу.***

1.1. Рівняння кола

КОЛО **– це геометричне місце точок , однаково віддалених від даної точки (центра кола).**

Для довільної точки M(x, y) кола, центр якого знаходиться у точці C(x_0, y_0), відповідно до визначення маємо: $|MC| = R$, де R- радіус кола.





Або $\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = R$. Підносячи останню рівність до квадрату, одержимо рівносильне рівняння

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2. \qquad (2)$$

(2)– **рівняння кола із центром у точці** C(x_0, y_0) **радіуса** R **, або канонічне рівняння кола.** Якщо $x_0 = y_0 = 0$, одержуємо рівняння кола **з центром у початку координат**

$$x^2 + y^2 = R^2. \qquad (3)$$

Розкриваючи дужки у рівнянні (2) та перегрупувавши одержаний вираз, маємо:

$$x^2 + y^2 - 2x_0 x - 2y_0 y + (x_0{}^2 + y_0{}^2 - R^2) = 0$$

Порівнявши останнє рівняння із рівнянням (1), одержуємо,що при A=C=1, B=0,D= -2x_0, E=-2y_0, F=$x_0{}^2 + y_0{}^2 - R^2$ загальне рівняння (1) описує коло.

Тобто рівняння вигляду

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 \qquad (4)$$

доцільно вважати загальним рівнянням кола (дійсного або уявного).

Зауваження **:** можна показати, що рівняння (4) описує дійсну криву (коло), якщо

$$\frac{D^2+E^2}{4A^2}-\frac{F}{A}\ge 0.$$

ВИСНОВОК: Рівняння (1) описує коло тоді та тільки тоді, коли коефіцієнти при квадратах *x* та *y* дорівнюють одне одному (*A* = *C*) та відсутній член, що містить добуток *xy*.

Приклад. Привести загальне рівняння кола до канонічного вигляду:

$$2x^2+2y^2+6x-8y+10=0.$$

Розв'язок . Поділимо обидві частини рівняння на коефіцієнт перед *x та y*, тобто на 2:

$$x^2+y^2+3x-4y+5=0. \qquad (5)$$

Об'єднаємо члени, що містять однойменні змінні та доповнимо їх до повного квадрату:

$$x^2+3x=x^2+2\cdot\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2=(x+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}.$$

$$y^2-8y=y^2-2\cdot\frac{4}{2}y+\left(\frac{4}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2=(y-2)^2-4.$$

Повертаючись до рівняння (5,маємо:

$$(x+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}+(y-2)^2-4+5=0, \text{ або } (x+\frac{3}{2})^2+(y-2)^2-\frac{5}{4}=0$$

Остаточно одержуємо: $(x+\frac{3}{2})^2+(y-2)^2=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2.$

Отже, маємо коло з центром у точці $C(-\frac{3}{2},2)$ та радіусом $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

1.2. Рівняння еліпса

Еліпс – це геометричне місце точок площини, сума відстаней яких до двох даних точок, що називаються фокусами, є величина стала, рівна $2a$ та більша відстані між фокусами.

Для довільної точки M (*x, y*) еліпса , згідно означення, маємо:

$$|F_1M|+|F_2M|=2a,$$

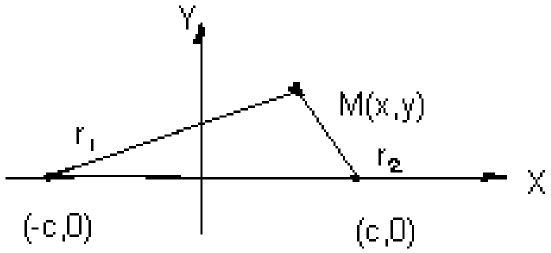
де $F_1(-c,0), F_2(c,0)-$ фокуси (лівий та правий відповідно),

$|F_1M|=r_1, |F_2M|=r_2-$ фокальні радіуси,

$F_1F_2=2c-$ відстань між фокусами , $2a$ - стала величина, що характеризує еліпс. Згідно з визначенням, $2a>2c$.

Тобто маємо: $r_1 + r_2 = 2a$ (6)

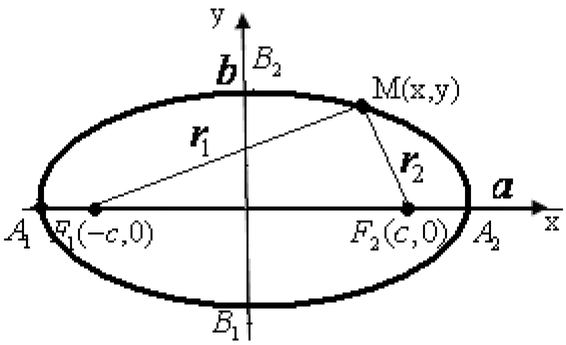
Введемо прямокутну декартову систему координат, як показано на рисунку.



У цьому випадку $r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}, r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$, тому із рівняння (6) маємо $\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$

Після перетворень, пов'язаних з вилученням іраціональності (при цьому двічі треба використовувати піднесення до квадрату), одержимо:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \text{где } b^2 = a^2 - c^2 \qquad (7)$$



(7) - так зване, канонічне рівняння еліпсу.

a – велика піввісь еліпса, b - мала піввісь еліпса. A_1, A_2, B_1, B_2 – вершини еліпса.

Визначення. Ексцентриситетом еліпса називається відношення відстані між фокусами до великої вісі: $e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$.

Можна показати, що ексцентриситет еліпса дорівнює $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, відкіля видно, що ексцентриситет еліпса характерізує степінь "розтягнутості" еліпса продовж вісі OX (чим більше ексцентриситет, тим більше еліпс розтягнут (очевидно, що для еліпса завжди e <1))

Перетворюючи (7), одержимо:

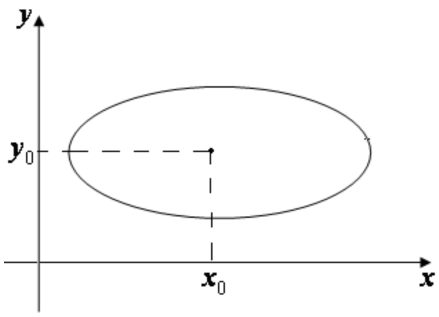
$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0.$$

Висновок : Рівняння (1) описує еліпс з центром у початку координат тоді і тільки тоді, коли коефіцієнти *A* та *C* не дорівнюють одне одному (*A*$\neq$*C*), мають однакові знаки (*AC*>0), коефіцієнти *D*=*E*=0, а також *B*=0:

$$Ax^2 + Cy^2 + F = 0. \qquad (8)$$

Зауваження 1: якщо *A*>0, *C*>0, а *F* <0, або *A*<0, *C*<0, а *F* >0, то маємо дійсний эллипс; маємо уявний еліпс, якщо *A, C, F* мають однакові знаки. Якщо *F*=0, то

рівняння (8) описує точку O (0,0) – вироджений еліпс.
Зауваження 2: якщо $0 < b < a$, то фокуси еліпса містяться на вісі абсцис . При виконанні нерівності $0<a<b$ фокуси еліпса переміщуються на вісь ординат.
Зауваження 3: якщо у рівнянні (1) відмінні від нуля, по менший мірі, один з коефіцієнтів *D*, або *E,* маємо еліпс, який одержується при паралельному переносі еліпса (7) таким чином, що його центр попадає у точку з координатами (x_0 , y_0). Рівняння еліпсу при цьому приймає вигляд:



$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1. \qquad (9)$$

Зауваження 4: якщо у рівнянні (7) $A=C$,то воно описує коло.
***Приклад* 1**. Скласти рівняння еліпса, якщо його велика вісь дорівнює 10, а відстань між фокусами дорівнює 8. Прийняти, що фокуси розташовані на вісі *OX*, а вісь *OY* проходить через середину відрізка між фокусами.
Розв'язок . Рівняння еліпса у вказаній системі координат задається у вигляді (6).

При цьому $a=5, в=4$. Із співвідношення $b^2=a^2-c^2$ одержуємо:
$b^2=5^2-4^2=25-16=9$; таким чином, $b=3$. Отже, шукане рівняння еліпсу є:

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1.$$

***Приклад* 2** .Довести,що лінія $9x^2+4y^2-36=0$ є еліпс. Знайти його вісі та координати фокусів.
Розв'язок . Переносячи вільний член у праву частину та поділяючи на нього обидві частини рівняння, одержимо:
$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1,$ або $\frac{x^2}{2^2}+\frac{y^2}{3^2}=1.$ Таким чином, дана лінія дійсно є еліпс. При цьому велика піввісь дорівнює 3, а мала - 2. Фокуси знаходяться на вісі *OY*. Із рівності $b^2=a^2-c^2$ одержуємо $c^2=a^2-b^2$ і $c^2=3^2-2^2=9-4=5$.
Тобто координати фокусів є : $F_1(0,-\sqrt{5}), F_2(0,\sqrt{5})$.
Приклад 3. Довести, що наступне рівняння є еліпс:
$5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$. Знайти координати його центра, піввісі та ексцентриситет.

Розв'язок . Виконаємо перетворення, виділяючи повні квадрати:

$$5x^2-30x=5(x^2-6x)=5\left[(x-3)^2-9\right]=5(x-3)^2-45;$$

$$9y^2+18y=9(y^2+2y)=9\left[(y+1)^2-1\right]=9(y+1)^2-9:$$

Підставляючи це у дане рівняння, одержимо:

$5(x-3)^2-45+9(y+1)^2-9+9=0$ або $5(x-3)^2+9(y+1)^2=45.$

Поділивши обидві частини на 45 , маємо $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{5}=1$. Отже, одержано рівняння еліпса із зміщеним центром. Останній має координати A(3,-1), поввісі $a=3, в=\sqrt{5}$, ексцентриситет дорівнює : $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{9-5}}{3}=\frac{2}{3}.$

1.3. Рівняння гіперболи

ГІПЕРБОЛА - це геометричне місце точок площини, модуль різниці відстаней яких до двух даних точок, що називаються фокусами , є величина стала, менша відстані між фокусами.

Для довільної точки *M (x, y)* гіперболи, згідно із визначенням, маємо:

$$\left\| F_1M \right| - \left| F_2M \right\| = 2a$$

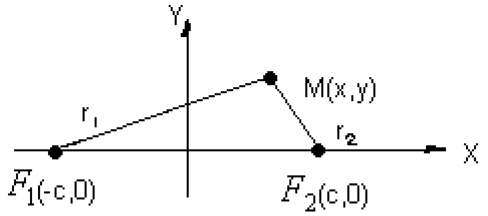
де $F_1(-c,0), F_2(c,0)-$ фокуси (лівий та правий відповідно),

$|F_1M|=r_1, |F_2M|=r_2-$ фокальні радіуси,

$F_1F_2=2c-$ відстань між фокусами , *2a*- стала величина, що характеризує гіперболу. Згідно із визначенням, $2a<2c$.

Таким чином: $|r_1-r_2|=2a$ або $r_1-r_2=\pm 2a$ (10)

Вводячи прямокутну декартову систему координат аналогично тому , як це було при вивченні еліпса, одержимо:



$r_1=\sqrt{(x+c)^2+y^2}, r_2=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ а із (10) маємо

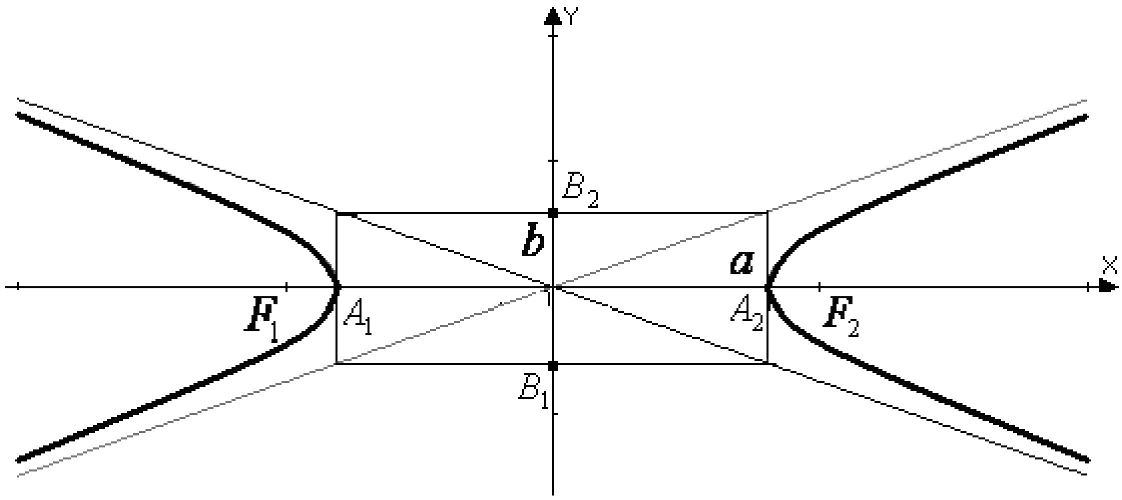
$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\pm 2a.$$

Позбавляючись у останньому співвідношенні від ірациональності , після перетворень одержимо:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1, \quad \text{де } b^2=c^2-a^2. \qquad (11)$$

(11) – це канонічне рівняння гиперболи.

a –дійсна піввісь гіперболи, b – уявна піввісь гіперболи. A_1, A_2-вершини гіперболи. $|A_1A_2|=2a-$дійсна вісь гіперболи, $|B_1B_2|=2b-$уявна вісь **.**



Прямі $y = \pm\dfrac{b}{a}x$ є асимтоти гіпербол (при русі точці М по гиперболі по мірі віддалення від початку координат вона все тісніше наближається до однієї з цих прямих).

Ексцентриситет гіперболи визначається аналогічно ексцентриситету еліпса:

$e = \dfrac{2c}{2a} = \dfrac{c}{a}$. Для гиперболи завжди $e > 1$ (тому що 2a<2c), ексцентриситет гіперболи характеризує ступінь її “вытягнутості” вздовж вісі *OX*.

Перетворюючи (12), маємо:

$$b^2x^2 - a^2y^2 - a^2b^2 = 0.$$

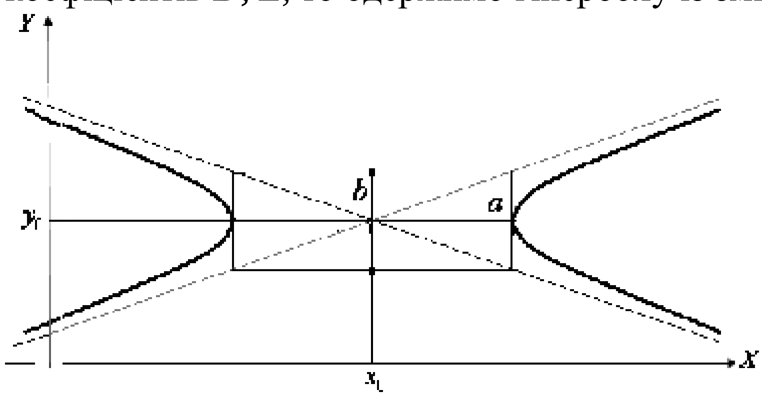
ВИСНОВОК: Рівняння (1) описує гіперболу із центром у початку координат тоді і тільки тоді, коли коефіцієнти *A* та *C* мають різні знаки (*AC*<0) , а коефіцієнти *D, E, B* дорівнюють нулю:

$$Ax^2 + Cy^2 + F = 0. \qquad (12)$$

Зауваження 1: якщо *A* та *F* мають однакові знаки (*AF*>0) , то дійсна вісь гіперболи розташована на *OУ*; если *C* та *F* одного знаку (*CF*>0), то дійсна вісь гіперболи розташована на *OX* . Якщо *F*=0, то рівняння (13) описує точку перетину пари прямих, що проходять через початок координат.

Зауваження 2: якщо у рівнянні (13) не дорівнює нулеві хоча б один з коефіцієнтів *D, E,* то одержимо гіперболу із зміщеним центром:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 \qquad (14)$$



Зауваження 3 : якщо треба зробити рисунок гіперболи, заданий рівнянням (11) , то спочатку будуємо прямокутник із центром у початку координат та сторонами *2а* і *2в*, паралельними до вісей *OX* та *OY* відповідно. Діагоналі прямокутника є асимтотами гіперболи. Продовжуючи їх за межи прямокутника і малюючи гілки гіперболи таким чином, щоб вони торкались прямокутника у точках A_1, A_2 (вершини гіперболи), а своїми «кінцями» наближались до асимтот.

***Приклад* 1**. Скласти рівняння гіперболи, якщо її дійсна вісь розташована на вісі *OX*, асимтоти мають рівняння $5x-4y=0$ и $5x+4y=0$, а відстань між вершинами дорівнює 16. Знайти координати фокусів та зробити схематичний рисунок.

Розв'язок . Із рівнянь асимтот видно, що вони перетинаються у початку координат. Точка перетину асимтот є центром гіперболи. Таким чином, центр гіперболи знаходиться у початку координат, дійсна вісь розташована на вісі *OX* (за умовою), тоді уявна вісь - на вісі *OY* і шукана гіпербола описується канонічним рівнянням (11):

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,\ b^2=c^2-a^2.$$

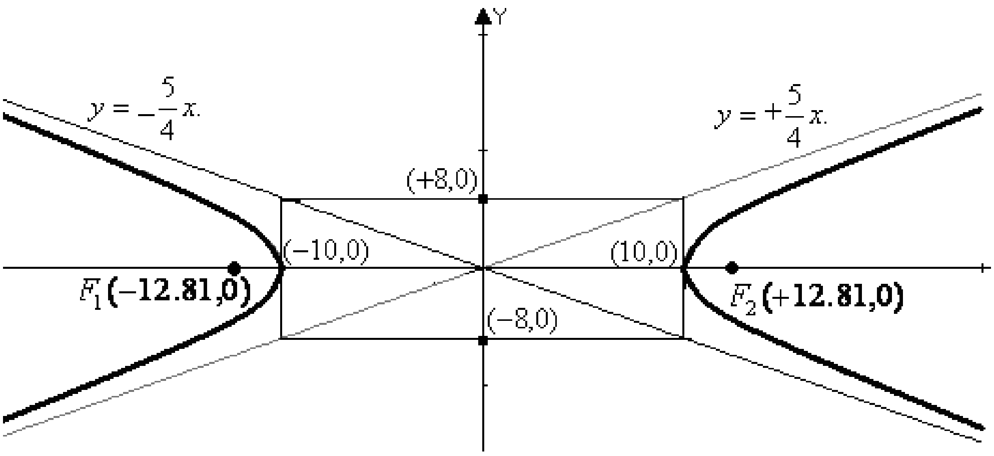
За умовою дійсна вісь (відстань між вершинами) дорівнює 16, тоді піввісь *a*=8.

Перетворюючи рівняння асимтот, одержуємо: $y=\pm\frac{5}{4}x.$ Звідси $\frac{b}{a}=\frac{5}{4}$, або

$b=\frac{5}{4}a=\frac{5}{4}8=10.$ Рівняння шуканої гіперболи буде мати вигляд: $\frac{x^2}{8^2}-\frac{y^2}{10^2}=1.$

З рівності $b^2=c^2-a^2$ одержимо $c^2=b^2+a^2=100+64=164$ і $c=\sqrt{164}\approx 12.81$. Координати фокусів : $F_1(-12.81{,}0), F_2(+12.81{,}0)$.

Зробимо схематичний рисунок:



***Приклад* 2**. Встановити, що дане рівняння визначає гіперболу, знайти координати центра, піввісі, ексцентриситет та рівняння асимтот:

$$5x^2-9y^2-20x+9y-\frac{109}{4}=0.$$

Розв'язок . Виконаємо перетворення, виділяючи повні квадрати:

$$5x^2 - 20x = 5(x^2 - 4x) = 5\left[(x-2)^2 - 4\right] = 5(x-2)^2 - 20;$$

$$-9y^2 + 9y = -9(y^2 - y) = -9\left[(y-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}\right] = -9(y-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}:$$

Підставляючи це у дане рівняння, одержуємо:

$$5(x-2)^2 - 20 - 9(y-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4} - \frac{109}{4} = 0$$ або $$5(x-2)^2 - 9(y-\frac{1}{2})^2 = 45.$$

Поділивши обидві частини на 45, одержимо $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-\frac{1}{2})^2}{5} = 1$. Маємо рівняння гіперболи із зміщеним центром. Останній має координати $A(2, \frac{1}{2})$, піввісі гіперболи є $a = 3, в = \sqrt{5}$, ексцентриситет дорівнює: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{\sqrt{9+5}}{3} \approx= \frac{3.742}{3} = 1.266$. Рівняння асимптот: $y = \pm\frac{5}{4}x. = \pm\frac{\sqrt{5}}{4}x.$

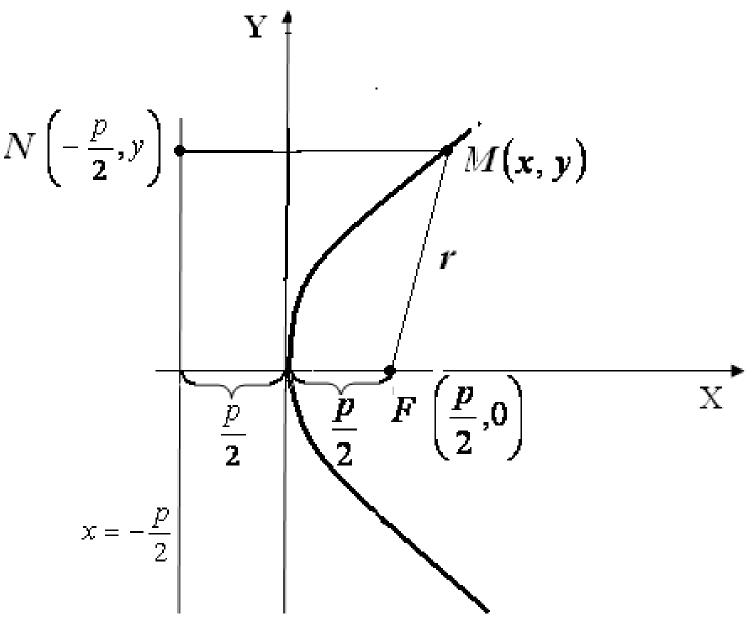
1.4. Рівняння параболи

ПАРАБОЛА – це геометричне місце точок площини, рівновіддалених від даної точки, що називається фокусом та від даної прямої, що називається директрисою.

Вводячи прямокутну декартову систему координат, як це показано на рисунку, для довільної точки *M* (*x*, *y*) параболи, згідно до визначення, одержуємо:

$| FM | = | MN |$, де $F(\frac{p}{2}, 0)$ – фокус, $| FM | = r = \sqrt{(x + \frac{p}{2})^2 + y^2}$ – фокальний радіус. Таким чином, маємо: $| x + \frac{p}{2} | = r$ або

$$| x + \frac{p}{2} | = \sqrt{(x + \frac{p}{2})^2 + y^2}$$



Підносячи обидві частини останнього співвідношення до квадрату, після перетворень одержуємо:

$$y^2 = 2px. \qquad (14)$$

Число $p > 0$ называють параметром параболи.

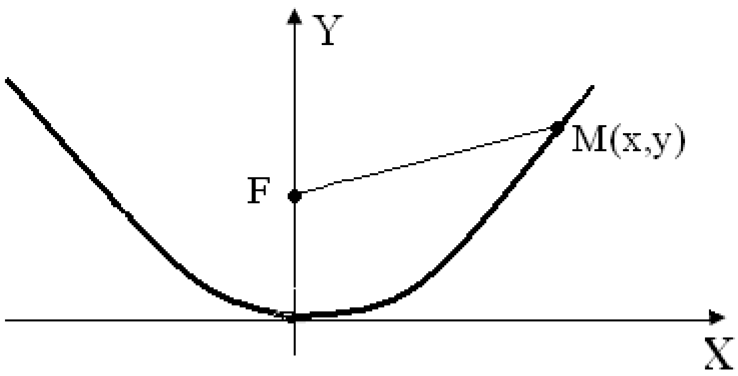
Рівняння (14) називається канонічнм рівнянням параболи.

Із рівняння (14) зрозуміло, що парабола симертична відносно вісі *OX*.

Крім того, $x \geq 0$ і точка (0,0) є найлівіша точка параболи (при обранному розташуванні вісей координат). Точку (0,0) називають вершиною параболи.

Зауваження 1: Рівняння $x^2 = 2py$ (15)

описує параболу із вершиною у точці (0,0) та віссю симетрії *ОУ*; гілки параболи направлені до верху ($p > 0$).



Перетворюючи (14, (15) , одержимо відповідно:

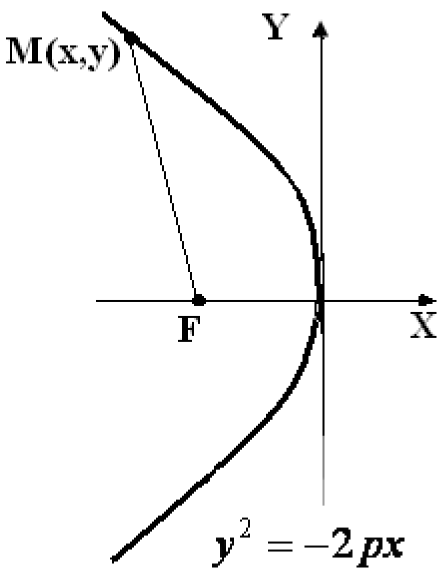
$$y^2 - 2px = 0,$$

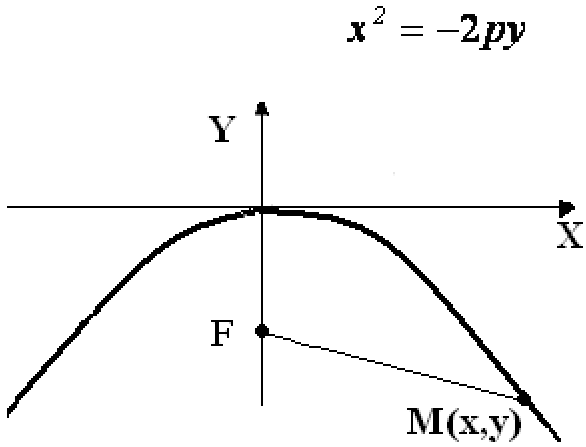
$$x^2 - 2py = 0.$$

Зауваження 2 : Рівняння

$y^2 = -2px$ та $x^2 = -2py$

описують параболи, зображені на рисунках:





ВИСНОВОК : Рівняння (1) задає параболу із вершиною у початку координат тоді і тільки тоді, коли один з коефіцієнтів *A* або *C* дорівнює нулю, присутній член, що містить *x* або *y* у першому ступені , різнойменний із присутніми членами у другій степені *x* або *y* (*E*=0 або *D*=0 відповідно), причому коефіцієнти мають протилежні знаки (*AE*<0 або *CD*<0, а також дорівнюють нулеві *B* та вільний член *F*:

$$Cy^2 + Dx = 0 \quad (16) \qquad \text{або} \qquad Ax^2 + Ey = 0 \quad (17)$$

Зауваження 2: якщо зняти припущення, що ненульові *D,E* не можуть входити у рівняння (16), (17) одночасно, а також зняти обмеження що до F , тобто припустити, що F не обов'язково приймає нульове значення, то одержимо одну з парабол зі зміщеними вершинами:

$$(y-y_0)^2 = 2p(x-x_0) \quad (18) \quad \text{або} \quad (x-x_0)^2 = 2p(y-y_0) \quad (19)$$

$$(y-y_0)^2 = -2p(x-x_0) \quad (20) \quad \text{або} \quad (x-x_0)^2 = -2p(y-y_0) \quad (21)$$

***Приклад* 1.** Нехай задано рівняння $3x^2 + 2y - 6x + 5 = 0$. Привести його до канонічного вигляду.

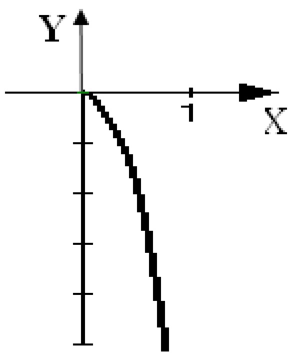
Розв'язок . Відповідно до розглянутого вище, це є рівняння параболи із зміщеним центром. Перетворюючи це рівняння, одержимо:

$$3(x^2-2x)+2y+5 = 3\left[(x-1)^2-1\right]+2y+5 = 3(x-1)^2-3+2y+5 = 3(x-1)^2+2(y+1)=0.$$

Або $(x-1)^2 = -\frac{2}{3}(y+1)$ − парабола з вершиною у точці (1,-1) та гілками, що направлені до низу.

***Приклад* 2**. Встановити, яка лінія задається рівнянням $x = +4\sqrt{-y}$. Зобразити її на рисунку.

Розв'язок . Підносимо обидві частини рівняння до квадрату : $x^2 = 16(-y)$, або $x^2 = -16y$.



Маємо рівняння параболи із вершиною у початку координат та гілками , направленими до нізу (y<0). Однак, звертаючись до даного рівняння, відмітимо, що $x > 0$, тобто нам задана тільки права гілка параболи.

***Приклад* 3.** Знайти координати вершини та параметр p параболи $4x^2 - y - 8x + 7 = 0$.

Розв'язок . Дане рівняння насправді описує параболу, тому що відсутній другий ступінь змінної y. Перетворюючи рівняння, одержуємо

$$4(x^2-2x)-y+7 = 4\left[(x-1^2)-1\right]-y+7 = 4(x-1)^2-4-y+7 = 4(x-1)^2-(y-3)=0,$$

або $(x-1)^2 = \frac{1}{4}(y-3)$. Таким чином, маємо: вершина параболи знаходиться у точці $A(1,3)$, параметр $p=\frac{1}{8}$ (див. формулу (19)).

***Приклад* 4.** Скласти рівняння параболи, якщо дан фокус F(-7,0) та рівняння директриси $x-7=0$.

Розв'язок . Приймаючи до уваги, що абсциса фокуса від'ємна, а директриса – це пряма, що перпендикулярна до вісі *ОУ* та відсікає на вісі *ОХ* відрізок, рівний 7,

рівняння шуканої параболи має вигляд $x^2 = -2py$, а координати фокуса $F(-\frac{p}{2},0)$. Оскільки $-\frac{p}{2} = -7,$ одержимо p=14 , а шукане рівняння параболи буде мати вигляд: $x^2 = -28y.$

2. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Встановити, які лінії визначаються наступними рівняннями та побудувати їх :

Варіант 1.

1. $y = +\sqrt{9 - x^2}$; *2.* $9x^2 + 5y^2 - 18x + 30y + 9 = 0;$ *3.* $y = +\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 9};$

4. $y = 3 - 4\sqrt{x \; - 1};$

Варіант 2.

1. $y = -3\sqrt{x^2 + 1};$ *2.* $4x^2 - y - 8x + 7 = 0;$ *3.* $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2};$

4. $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0;$

Варіант 3.

1. $y = -\sqrt{16 - x^2};$ *2.* $4x^2 + 9y^2 - 18x + 30y + 9 = 0;$ *3.* $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5};$

4. $y = -3\sqrt{-2x};$

Варіант 4.

1. $y = +\frac{2}{5}\sqrt{x^2 + 25};$ *2..* $y = -2\sqrt{x};$ *3.* $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2};$ *4.* $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 8 = 0;$

Варіант 5.

1. $y = -\sqrt{25 - x^2};$ *2..* $9x^2 + 5y^2 - 8x + 30y + 11 = 0;$ *3.* $y = +\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 9};$ *4.* $y = 3 - 4\sqrt{x \; - 1};$

Варіант 6

1. $x = +\sqrt{16 - y^2};$ *2.* $4x^2 + 9y^2 - 12x + 36y + 12 = 0;$ *3.* $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13};$

4. $y = 3 - 4\sqrt{x \; - 1};$

Варіант 7.

1. $y = -\sqrt{25 - x^2};$ *2.* $x^2 + 4y^2 - 8x + 10y + 9 = 0;$ *3.* $y = +\frac{4}{3}\sqrt{x^2 - 16};$

4. $y = 1 - 4\sqrt{x + 4};$

Варіант 8.

1. $y = -5\sqrt{x^2 + 4};$ *2.* $4x^2 - y - 10x + 5 = 0;$ *3.* $y = -3 + \frac{2}{3}\sqrt{16 + 4x - x^2};$

4 $x^2 + y^2 + 14x - 12y + 15 = 0;$

Варіант 9.

1. $y=-\sqrt{16-x^2}$; *2.* $4x^2+16y^2+8x-12y+9=0$; *3.* $y=+\frac{5}{3}\sqrt{x^2-16}$;

4. $y=1+6\sqrt{x+2}$;

Варіант 10.

1. $y=-\sqrt{x^2+16}$; *2..* $4x-y^2+8x+7=0$; *3.* $y=-5+\frac{2}{7}\sqrt{9+8x-x^2}$;

4. $x^2+y^2+4x+15=0$;

Варіант 11.

1. $x^2+y^2+6x-4y+14=0$; *2.* $y=+\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$; *3.* $y=+\frac{4}{3}\sqrt{x^2-16}$;

4. $x=-5\sqrt{-y}$;

Варіант 12.

1. $y=-\sqrt{259-x^2}$; *2.* $y=1-\frac{4}{3}\sqrt{-6x-x^2}$; *3.* $y=-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-16}$;

4. $y=4+2\sqrt{x+1}$;

Варіант 13.

1. $y=+\sqrt{x^2-4}$; *2.* $x^2+4y^2-8x+3y+1=0$; *3.* $y=-\frac{1}{4}\sqrt{x^2-5}$;

4. $y=1+4\sqrt{x+2}$;

Варіант 14.

1. $y=-\sqrt{x^2-4}$; *2.* $x^2-y+9x+11=0$; *3.* $y=3-\frac{1}{3}\sqrt{8+4x-x^2}$;

4. $2x^2+2y^2+6x-2y+8=0$;

Варіант 15.

1. $y=\sqrt{16-x^2}$; *2.* $3x^2+2y^2-6x+3y+9=0$; *3*. $y=-5\sqrt{x^2-4}$;

4. $y=3\sqrt{x+7}$;

Варіант 16.

1. $y=\sqrt{x^2-15}$; *2* . $2x^2-4y-9x+15=0$; *3.* $y=-1+3\sqrt{8x-2x^2}$;

4. $2x^2+2y^2+4x-10y+9=0$;

Варіант 17.

1. $y=+\sqrt{4-x^2}$; *2..* $x^2+3y^2-9x+30y+19=0$; *3.* $y=+4\sqrt{x^2-19}$;

4. $y=1-3\sqrt{x+3}$;

Варіант 18.

1. $y=\sqrt{10-x^2}$; 2.. $8x^2+7y^2-8x+21y+19=0$; 3. $y=-\frac{1}{5}\sqrt{x^2-7}$;

4. $y=2+3\sqrt{x+2}$;

Варіант 19.

1. $y=\sqrt{1-x^2}$; *2..* $3x^2+4y^2-9x+16y+9=0$; *3.* $y=+4\sqrt{x^2+3}$;

4. $y=-3\sqrt{x-4}$;

Варіант 20.

1. $y = +2\sqrt{x^2 - 2}$; *2..* $x^2 - y - 2x + 5 = 0$; *3.* $y = -2 + \frac{1}{3}\sqrt{1 + 3x - x^2}$;

4. $x^2 + y^2 - 2y + 5 = 0$;

Варіант 21.

1. $y = +\sqrt{11 - x^2}$; *2..* $2x^2 + 5y^2 - x + 30y + 12 = 0$; *3.* $y = +6\sqrt{x^2 - 5}$;

4. $y = 2 + 3\sqrt{x - 7}$;

Варіант 22.

1. $y = -5\sqrt{x^2 - 3}$; *2..* $.7x^2 - y - 14 + 1 = 0$; *3.* $y = -2 - +\frac{3}{4}\sqrt{1 + x - x^2}$;

4. $x^2 + y^2 + x - y + 15 = 0$;

Варіант 23.

1. $y = \sqrt{2 - x^2}$; *2.* $5x^2 + 8y^2 - x + 3y + 7 = 0$; *3.* $y = +7\sqrt{x^2 - 1}$;

4. $y = 5 + 4\sqrt{x + 1}$;

Варіант 24.

1. $y = -\sqrt{8 - x^2}$; *2.* $2x^2 + 3y^2 - 8x + 3y + 10 = 0$; *3.* $y = +8\sqrt{x^2 - 3}$;

4. $y = 5 + 3\sqrt{x - 9}$;

Варіант 25.

1. $y = -\sqrt{2 - x^2}$; *2.* $12x^2 + 9y^2 - 8x + 27y + 19 = 0$; *3.* $y = -3\sqrt{x^2 + 11}$;

4. $y = -1 - 3\sqrt{x + 2}$;

ЛІТЕРАТУРА

1. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1966.

2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М.: Наука, 1963.

3. Клетенник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1986.

4. Валєєв К.Г.,Джаладова І.А., Лютий О.І. та ін. Вища математика: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. - К.:КНЕУ, 2002.